PART3 複素数の絶対値の性質

要点整理と公式

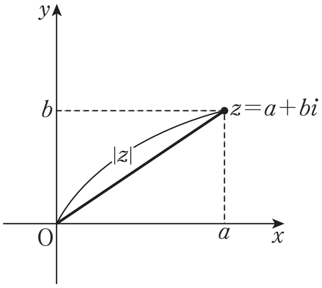
要点 ① 複素数の絶対値と 2 点間の距離

点 z と原点 O との距離を，複素数 z の「　　　　」といい，　　で表す。

$z=a+bi$ のとき，$|z|=|a+bi|=$

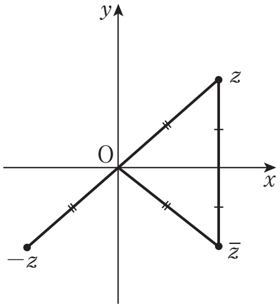
(ex) $3-2i$ の絶対値は

$$|3-2i|= \qquad\qquad =\sqrt{13}$$



原点 O と点 z，$-z$，$\overline{z}$ の位置関係より，次のことが成り立つ。

$$|z|=|-z|=|\overline{z}|$$



また，$z=a+bi$ のとき，$z\overline{z}=(a+bi)(a-bi)=a^2+b^2$ であることから

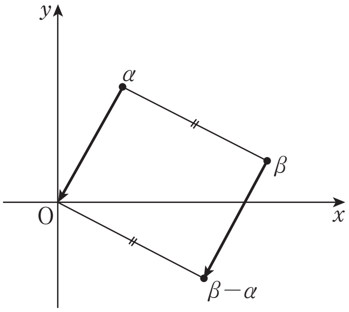
$$z\overline{z}=|z|^2$$

が成り立つ。さらに，$|z|\geqq 0$（等号成立は $z=0$ のとき）であることを用いると，

$$|\alpha\beta|=|\alpha||\beta|,\quad \left|\frac{\alpha}{\beta}\right|=\frac{|\alpha|}{|\beta|}$$

が成り立つ。

点 α を原点 O に移す平行移動によって点 β を移すと，点 β は点 $\beta-\alpha$ に移る。このとき，4 点 O，α，β，$\beta-\alpha$ を頂点とする四角形は平行四辺形であることから，次のことがいえる。



2 点 α，β 間の距離は $|\beta-\alpha|$

(ex) 2 点 $\alpha=3-2i$，$\beta=1-i$ 間の距離は

$$|\beta-\alpha|=|(1-i)-(3-2i)|=|-2+i|= \qquad\qquad =\sqrt{5}$$

[MEMO]

3 (1) 次の複素数の絶対値を求めよ。

(i) $4+3i$　　(ii) $-3+i$　　(iii) $-4i$

(2) 次の2点間の距離を求めよ。

(i) $\mathrm{A}(5+6i)$, $\mathrm{B}(-7+i)$　　(ii) $\mathrm{C}(-2)$, $\mathrm{D}(-4i)$

Point Pickup

複素数の絶対値

$z=a+bi$ のとき $|z|=|a+bi|=\sqrt{a^2+b^2}$

2点間の距離

2点 $\mathrm{A}(\alpha)$, $\mathrm{B}(\beta)$ 間の距離は $\mathrm{AB}=|\beta-\alpha|$

第5講 PART3 確認問題

1 複素数 $3+4i$ の絶対値は $\boxed{\text{ア}}$ である。

2 複素数 $-5+2i$ の絶対値は $\sqrt{\boxed{\text{イウ}}}$ である。

3 複素数 $-6i$ の絶対値は $\boxed{\text{エ}}$ である。

4 2点 A$(3+i)$，B$(-1+4i)$ 間の距離は $\boxed{\text{オ}}$ である。

5 2点 A(-5)，B$(-3i)$ 間の距離は $\sqrt{\boxed{\text{カキ}}}$ である。

PART3 複素数の絶対値の性質

3 (1) 次の複素数の絶対値を求めよ。

(i) $4+3i$　　(ii) $-3+i$　　(iii) $-4i$

(2) 次の 2 点間の距離を求めよ。

(i) $\mathrm{A}(5+6i)$, $\mathrm{B}(-7+i)$　　(ii) $\mathrm{C}(-2)$, $\mathrm{D}(-4i)$

[解答]

(1)(i) $|4+3i|=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$

(ii) $|-3+i|=\sqrt{(-3)^2+1^2}=\sqrt{10}$

(iii) $|-4i|=\sqrt{(-4)^2}=4$

(2)(i) $\mathrm{AB}=|(-7+i)-(5+6i)|=|-12-5i|=\sqrt{(-12)^2+(-5)^2}=\sqrt{169}=13$

(ii) $\mathrm{CD}=|(-4i)-(-2)|=|2-4i|=\sqrt{2^2+(-4)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

第 5 講　PART3 確認問題 解答

1

[正解] ア：5

[解説]

$$|3+4i|=\sqrt{3^2+4^2} \quad \text{[A]}$$
$$=\sqrt{25}$$
$$=5$$

[A]　$z=a+bi$ のとき，
$|z|=|a+bi|$
$=\sqrt{a^2+b^2}$

2

[正解] イウ：29

[解説]

$$|-5+2i|=\sqrt{(-5)^2+2^2} \quad \text{[B]}$$
$$=\sqrt{29}$$

[B]　$z=a+bi$ のとき，
$|z|=|a+bi|$
$=\sqrt{a^2+b^2}$

3

[正解] エ：6

[解説]

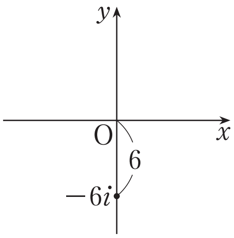
$$|-6i|=\sqrt{0^2+(-6)^2} \quad \text{[C]}$$
$$=6$$

[C]　$z=a+bi$ のとき，
$|z|=|a+bi|$
$=\sqrt{a^2+b^2}$

（別解）

原点 O と点 $-6i$ の距離は 6 だから，

$$|-6i|=6$$



4

[正解] オ：5

[解説]

$$\text{AB}=|(-1+4i)-(3+i)| \quad \text{[D]}$$
$$=|-4+3i|$$
$$=\sqrt{(-4)^2+3^2}$$
$$=\sqrt{25}$$
$$=5$$

[D]　2 点 A(α)，B(β) 間の距離は，
AB$=|\beta-\alpha|$

5　**[正解]** カキ：34

[解説]

$$\text{AB}=|-3i-(-5)| \quad \text{[E]}$$
$$=|5-3i|$$
$$=\sqrt{5^2+(-3)^2}$$
$$=\sqrt{34}$$

[E]　2 点 $\text{A}(\alpha)$，$\text{B}(\beta)$ 間の距離は，
$\text{AB}=|\beta-\alpha|$